FGV
certificação de qualidade

SOCIESC

O Método SIMPLEX

Prof. Ms. Rubens A. Zimbres

Introdução

- Administração: Problemas de alocação de recursos entre atividades
- Min / Max: custos, lucro, eficiência
- Utilização:
  - Estoques, Transportes, Produção, Investimentos, Componentes
- Pesquisa operacional
  - Programação linear
    - SIMPLEX

O método SIMPLEX

- Simplex – sistema de otimização por programação linear – Algoritmo iterativo que se repete até encontrar uma solução ótima
- Objetivo explicitado em variáveis
- Restrições aos recursos: tempo, matéria-prima, mão obra
  - Quantidade e forma de emprego
- Premissas:
  - Proporcionalidade: gráfico linear
  - Aditividade: função é soma de atividades
  - Permite-se números não inteiros
  - Parâmetros são constantes

O método SIMPLEX - Exemplo

- Fabricante mesa e armário de madeira
- Queda lucros – renovar linha de produtos
- 2 novos produtos:
  - 1. Mesa de alumínio
  - 2. Armário de alumínio
- Limitações de recursos:
  - Matéria-prima (alumínio)
  - Mão-de-obra: 1 empregado na produção

Dados para o problema

RECURSO	USO DE RECURSOS		DISPONIBILIDADE DIÁRIA DE RECURSO
	Mesa	Armário	
Material	2 m^2	3 m^2	12 m^2
Mão-de-obra	2 Hs/h	1 H/h	8 Hs/homem
Lucro por unidade	R$ 4.00	R$ 1.00	

Prof. Ms. Ddo Rubens A Zimbres

Modelo – Forma algébrica

- 1 - Definir problema: Qual o programa de produção para cada produto que maximiza o lucro, dadas as restrições existentes ? (permite-se zero de produção em um produto)

- 2 – Definir variáveis:
  - Quantidade a produzir de mesa x_1
  - Quantidade a produzir de armário x_2

- 3 - Definir a função objetivo

Lucro total: $$L_{total} = 4x_1 + 1x_2$$

Restrições

- Uso do recurso $\leq$ Disponibilidade do recurso

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

Para matéria-prima

$$2x_1 + 1x_2 \leq 8$$

Para mão-de-obra

Modelo completo

- Determinar x_1 e x_2 de modo a:
- Maximizar

$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2$$

- Sujeito às restrições:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$ Matéria-prima

$$2x_1 + 1x_2 \leq 8$$ Mão-de-obra

$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$$ Não existe produção negativa

Prof. Ms. Ddo Rubens A Zimbres

Solução

- 1. Solução inicial $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$ Logo $L_{total} = 0$
  - Insatisfatória

- 2. Produzir apenas o de maior lucro = Mesa
- Assume $x_2 = 0$
- Atribui maior valor possível a x_1

- a) $2x_1 + \cancel{3x_2} = 12$
- b) $2x_1 + \cancel{1x_2} = 8$

a) Matéria-prima

$$2x_1 = 12$$
$$x_1 = \frac{12}{2}$$
$$\cancel{x_1 = 6}$$

b) Mão-de-obra

$$2x_1 = 8$$
$$x_1 = \frac{8}{2}$$
$$x_1 = 4$$

fator limitante

Solução

- Lucro máximo pela produção de apenas mesas (4) e nenhum armário

- Substituindo na função objetivo

$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2$$
$$L_{total} = 4 \times 4 + 1 \times 0$$
$$L_{total} = 16$$

- Respeita restrições

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$
$$2 \times 4 + 3 \times 0 \leq 12$$
$$8 \leq 12$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 8$$
$$2 \times 4 + 1 \times 0 \leq 8$$
$$8 \leq 8$$

Pergunta

- Lucro total = 16 é a melhor solução ?

RECURSO	USO DE RECURSOS		DISPONIBILIDADE DIÁRIA DE RECURSO
	4 Mesas	Armário	
Material	2 m^2 (8)	3 m^2	12 m^2 (+4)
Mão-de-obra	2 Hs/h (8)	1 H/h	8 Hs/h (0)
Lucro/un	R$ 4.00	R$ 1.00	

Solução

- Diminuir produção de mesas e alocar alguma mão-de-obra para armários

$$2x_1 + 1x_2 \leq 8$$

MÃO-DE-OBRA

- Alocando alguma mão-de-obra para x_2 $\quad x_2 \rightarrow 1$

$$2x_1 + 1 \times 1 \leq 8$$

$$2x_1 + 1 = 8$$

$$x_1 = 3{,}5 \longrightarrow$$ **Combustível**

- Ou seja, produziria 3 mesas e 1 armário. Substituindo:

$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2$$

$$L_{total} = 4 \times 3 + 1 \times 1$$

$$L_{total} = 12 + 1 = 13 < 16$$

Não é vantajoso produzir armários

DEMANDA

Solução Geométrica

MAXIMIZAR

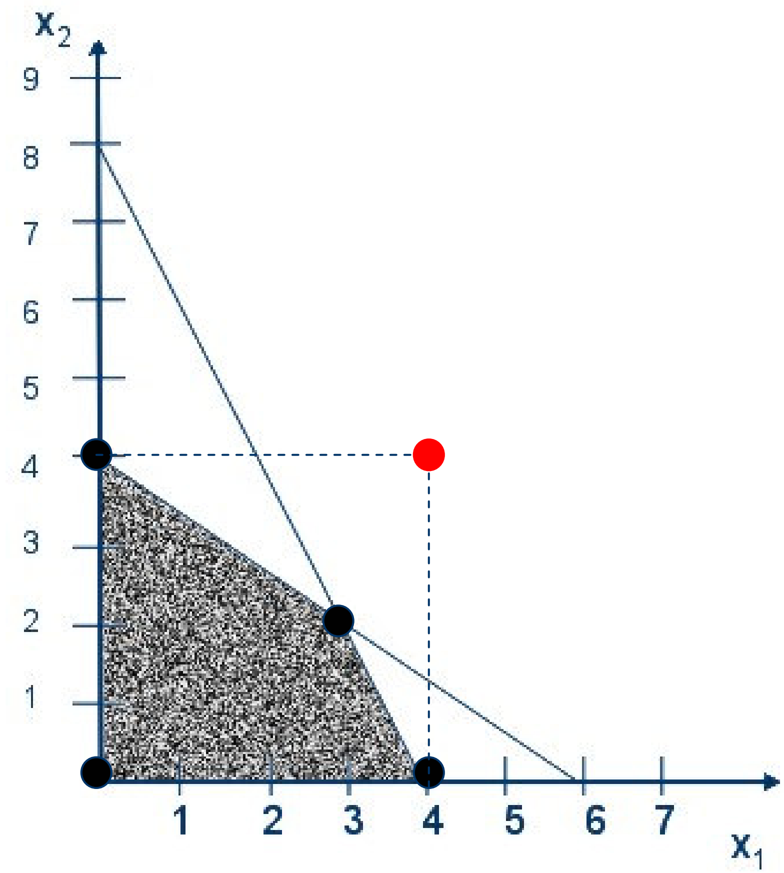
$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2$$

SUJEITO A:

$$2x_1 + 3x_2 \leq 12$$

$$2x_1 + 1x_2 \leq 8$$

$$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$$



Solução de canto sempre existe desde que espaço de solução seja limitado

Variáveis de folga

- Utilização do recurso + Folga = Disponibilidade
- Se folga = 0, utiliza recurso ao máximo U = D
- Folga de material x_3
- Folga de mão de obra x_4

Prof. Ms. Ddo Rubens A Zimbres

Sistema transformado

- Maximizar

$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

- Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 1x_3 = 12$$

Folga do material

$$2x_1 + 1x_2 + 1x_4 = 8$$

Folga de mão-de-obra

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS SOCIESC Educação e Tecnologia
CAMPUS UNICA FLORIANÓPOLIS

Sistemas de equações lineares

$$C_4^2 = \frac{4!}{2! \times 2!} = 6$$

4 variáveis, 2 equações, infinitas soluções
Atribuir zero a duas variáveis

x_1	x_2	x_3	x_4	L
0	0			0
0		0		4
0		-	0	Inviável
	0	0	-	Inviável
4	0	4	0	16
		0	0	14

São produzidas 4 mesas, com folga de material de 4 m² de alumínio e R$16,00 de lucro é obtido.

Prof. Ms. Ddo Rubens A Zimbres

Bibliografia

- ANDRADE, E.L. **Introdução à pesquisa operacional.** Rio de Janeiro: LTC, 1998.

- HILLIER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. **Introduction to operations research.** New York: McGraw Hill, 2001.

O Método SIMPLEX

Prof. Ms. Rubens A. Zimbres

SIMPLEX – Solução Tabular

- Muitas variáveis
- Maximizar

Função objetivo tranformada

$$L_{total} = 4x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$L_{total} - 4x_1 - x_2 = 0$$

Sujeito a:

$$2x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 0x_4 = 12$$

$$2x_1 + 1x_2 + 0x_3 + 1x_4 = 8$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

BASE	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	2	3	1	0	12
x_4	2	1	0	1	8
L	-4	-1	0	0	0

Solução

- 1. Solução inicial $x_1 = 0$ e $x_2 = 0$ Logo $L_{total} = 0$
  - Insatisfatória
- 2. Variável a se tornar positiva
  - Maior contribuição no lucro x_1 então $x_2 = 0$
- 3. Variável a se tornar nula (folga)

Variáveis não básicas

$$2x_1 + 1x_3 = 12$$
$$2x_1 = 12$$
$$x_1 = 6$$

$$2x_1 + 1x_4 = 8$$
$$2x_1 = 8$$
$$x_1 = 4$$

então $x_4 = 0$

- Mas valor máximo possível de x_1 é 4, limitado pela mão-de-obra

Solução

- Dividir a segunda linha por 2

BASE	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	2	3	1	0	12
x_4	1	½	0	½	4
L	-4	-1	0	0	0

- Multiplicar segunda linha (quadro novo) por -2 e somar com a primeira linha do mesmo quadro, colocando o resultado na primeira linha

BASE	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	0	2	1	-1	4
x_4	1	½	0	½	4
L	-4	-1	0	0	0

Solução

- Multiplicar segunda linha (quadro novo) por 4 e somar com a primeira linha do mesmo quadro, colocando o resultado na terceira linha

BASE	x_1	x_2	x_3	x_4	b
x_3	0	2	1	-1	4
x_4	1	½	0	½	4
L	0	1	0	2	16

$$L_{total} = 4x_1 + x_3$$

$$L_{total} = 4\times 4 + 1\times 0 = 16$$